



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра математичного аналізу та статистики
СИЛАБУС
вибіркового освітнього компонента № 1
КРАТНІ РЯДИ

Рівень вищої освіти	Другий (магістерський)
Галузь знань	Е Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 Математика
Освітня програма	Математика
Форма здобуття освіти	Денна
Розробник (викладач)	Федуник-Яремчук Оксана Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри математичного аналізу та статистики
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: Fedunyk-Yaremchuk.Oksana@vnu.edu.ua Телефон: 050 140 54 98
Семестр, курс	1 семестр, I курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 4 кредити / 120 годин. Аудиторних годин: 24; з них: лекцій – 10 год., практичних – 14 год. Консультацій: 8 год. Самостійної роботи: 88 год.
Форма контролю	Залік
Час занять	Тижневих годин: 1,5 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація курсу	Кратні ряди досить широко використовуються в математиці, особливо при розв'язуванні рівнянь математичної фізики та механіки, дослідженні різноманітних технічних проблем, пов'язаних з наближеним інтегруванням диференціальних рівнянь. Дисципліна «Кратні ряди» належить до переліку вибіркових освітніх компонент, забезпечує професійний розвиток магістра математики та спрямована на ознайомлення майбутнього фахівця з основними поняттями, теоретичними положеннями і методами теорії кратних рядів, формування вміння застосувати їх до розв'язання прикладних задач. У курсі «Кратні ряди» вивчаються поняття подвійного та повторного числового ряду, його суми та умов збіжності; властивості збіжних подвійних рядів, поняття абсолютної та умовної збіжності; поняття n -кратного числового ряду; функціональні кратні ряди, зокрема степеневі та кратні ряди Фур'є.
Мета і завдання освітнього компонента	Метою вивчення освітнього компонента є оволодіння теоретичними основами, понятійним апаратом та методами теорії кратних рядів; набуття знань, умінь для подальшого успішного вивчення інших математичних дисциплін та навичок застосування отриманих знань на практиці. Набуті знання і вміння можна використати в подальших більш

	<p>глибоких теоретичних дослідженнях з математики; написанні наукових робіт з теорії функцій; при дослідженні питань підсумовування кратних рядів Фур'є; при вивченні критеріїв збіжності кратних рядів Фур'є; при проведенні наближених обчислень; представленні функції у вигляді кратного степеневого ряду або розкладу функції в кратний ряд Фур'є.</p> <p>Основні завдання курсу полягають у тому, щоб розвинути у здобувачів здатність до абстрактного мислення, застосування знань у практичних ситуаціях; формулювання проблем у математичній та в символічній формі; здатність конструювати формальні доведення; здійснювати дослідницьку роботу із застосуванням теорії кратних рядів.</p>
<p style="text-align: center;">Soft skills</p>	<p>Вивчення дисципліни сприяє тому, що здобувачі будуть розвивати у собі:</p> <ul style="list-style-type: none"> • уміння абстрактно мислити, здійснювати аналіз і синтез, а також застосовувати набуті знання у практичній діяльності; • здатність до пошуку, опрацювання та критичного аналізу інформації з різноманітних джерел для розв'язування наукових і професійних завдань; • здатність до генерування нових ідей і прояву творчого підходу; • уміння самостійно організувати та виконувати навчальну й професійну діяльність; • здатність ефективно працювати в малих групах над розв'язанням професійних задач; • уміння усвідомлювати сутність проблем і виокремлювати їх ключові характеристики; • здатність перевіряти гіпотези, умови виконання математичних тверджень і коректно узагальнювати їх на нові класи об'єктів; • вміння будувати ланцюжки міркувань у логічній послідовності для доведення математичних тверджень; • здатність вести конструктивну дискусію; • здатність чітко формулювати та обґрунтовувати висновки у словесній та формальній формі, приймати обґрунтовані рішення; • цілеспрямованість і наполегливість у досягненні мети.

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					Форма контролю* / бали
	Усього	у тому числі				
		Лекції	Практичні заняття	Консультації	Самостійна робота	
Змістовий модуль I. Кратні числові та функціональні ряди						
Тема 1. Повторні та подвійні числові ряди. Збіжність подвійних рядів. Поняття n -кратного числового ряду.	12	1	2	1	8	УО, РЗ/ 5 б.
Тема 2. Критерій збіжності подвійних рядів. Теорема Маркова.	11	1	1	1	8	УО, РЗ/ 5 б.
Тема 3. Властивості подвійних рядів і ознаки збіжності. Абсолютна збіжність подвійних рядів.	10	1	1	-	8	УО, РЗ/ 5 б.
Тема 4. Подвійні функціональні ряди. Степеневий ряд з двома змінними, область збіжності.	12	1	2	1	8	УО, РЗ, РМГ/ 5 б.
Тема 5. Розклад функцій двох змінних в подвійні ряди Тейлора і Маклорена.	12	1	2	1	8	УО, РЗ/ 5 б.
Разом за змістовим модулем I	57	5	8	4	40	25
Змістовий модуль II. Кратні ряди Фур'є						
Тема 6. Ортогональні та ортонормовані системи функцій. Поняття подвійного та n -кратного ряду Фур'є.	13	1	1	1	10	УО, РЗ/ 5 б.
Тема 7. Інтегральна формула для частинних сум подвійного тригонометричного ряду Фур'є. Ядро Діріхле.	14	1	2	1	10	УО, РЗ, РМГ/ 5 б.
Тема 8. Властивості подвійних рядів Фур'є по тригонометричній системі. Ознаки збіжності.	14	1	2	1	10	УО, РЗ/ 5 б.
Тема 9. Подвійні ряди Фур'є у випадку функцій з різними періодами по змінних.	8	1	1	-	6	УО, РЗ/ 5 б.
Тема 10. Методи підсумовування подвійних рядів Фур'є.	14	1	-	1	12	УО, РЗ/ 5 б.
Разом за змістовим модулем II	63	5	6	4	48	25
Письмова контрольна робота						40
ІНДЗ						10
Всього годин /балів	120	10	14	8	88	100

Методи контролю*: УО – усне опитування, РЗ – розв'язування задач, РМГ – робота в малих групах, ІНДЗ – індивідуальне завдання/індивідуальна робота здобувача освіти.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає:

- Опрацювання теоретичного матеріалу – 20 год. Перевірка здійснюється під час опитування, розв'язання задач та письмової контрольної роботи.
- Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань – 24 год. Перевірка здійснюється під час практичних занять
- Вивчення тем, що не розглядаються на заняттях – 24 год. Перевірка здійснюється під час контрольного заходу і оцінюється відповідною кількістю балів.
- Виконання ІНДЗ – 10 год. Перевірка здійснюється під час захисту ІНДЗ.
- Підготовка до контрольної роботи – 10 год. Перевірка здійснюється під час контрольного заходу.

Питання для самостійного опрацювання

1. Види збіжності кратних рядів Фур'є.
2. Ядра Пуассона і Діріхле, їх властивості.
3. Підсумовування подвійних рядів Фур'є методом Абеля.
4. Підсумовування подвійних рядів Фур'є методом Рімана.
5. Ознака Харді збіжності подвійних рядів Фур'є.
6. Ознаки Гергена та Лебега збіжності подвійних рядів Фур'є.

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки <https://cutt.ly/yrNruzhM>.

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Максимальна кількість балів за поточний контроль з освітнього компонента – 100 балів. Поточний контроль реалізується в різних формах, зокрема оцінюється робота на парах (усне опитування, розв'язування задач) (50 балів), самостійне виконання індивідуальних завдань (10 балів), контрольна письмова робота (40 балів).

Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали, накопичені за семестр, анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір 3 завдань, що представляють змістові модулі курсу. Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку – 100. Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

При визначенні кількості балів за тему викладач керується такими критеріями:

5 балів ставиться у випадку, якщо здобувач у повному обсязі володіє навчальним матеріалом; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних запитань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу; правильно розв'язує завдання з повним поясненням і обґрунтуванням; вільно послуговується науковою термінологією, наводить аргументи на підтвердження власних думок.

4 бали ставиться, якщо здобувач володіє визначеним програмою навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає, в основному розкриває зміст теоретичних запитань,

використовуючи при цьому обов'язкову літературу; розв'язує завдання, передбачені програмою, з частковим поясненням допускаються при цьому окремі неістотні неточності та незначні помилки; частково аргументує математичні міркування..

3 бали ставиться тоді, коли здобувач відтворює значну частину навчального матеріалу, висвітлює його основний зміст, виявляє елементарні знання окремих положень. Однак, здобувач не здатний до глибокого, всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, не користується необхідною літературою, допускає істотні неточності та помилки.

2 бали ставиться у тому разі, коли здобувач демонструє не цілісні знання, а фрагментарні, припускається суттєвих помилок, робота за багатьма параметрами не відповідає вимогам щодо її рівня виконання чи оформлення, а її автор має низький рівень теоретичної підготовки.

1 бал ставиться у тому разі, коли здобувач не в змозі викласти зміст більшості питань теми, володіє навчальним матеріалом на рівні розпізнавання, допускає істотні помилки, відповідає на запитання, що потребують однослівної відповіді.

0 балів ставиться у тому разі, коли здобувач освіти не володіє навчальним матеріалом та не в змозі його висвітлити, не розуміє змісту теоретичних питань та практичних завдань.

Критерії оцінювання контрольної роботи

35 – 40 балів за контрольну роботу студент отримує, якщо при вивченні ОК він показав розуміння теоретичних тверджень, знання викладає чітко, логічно, грамотно. Правильно розв'язує задачі, при цьому вільно застосовує теоретичні положення, передбачені силабусом.

30 – 35 балів за контрольну роботу студент отримує, якщо показує розуміння теоретичного матеріалу, вміє застосовувати його до розв'язування задач, але допускає окремі несуттєві теоретичні помилки, помилки в обчисленнях.

24 – 29 балів за контрольну роботу студент отримує, якщо він ілюструє означення математичних понять, формулювання теорем і формул, самостійно розв'язує завдання обов'язкового рівня, при відповідях на теоретичні питання не розуміє окремих моментів в доведеннях та обґрунтуваннях.

15 – 23 балів ставиться, якщо студент частково розв'язав практичні завдання, але не спромігся належним чином аргументувати свою відповідь, допускає помилки у використанні понятійного апарату та методики розв'язання задач.

7 – 14 балів за контрольну роботу студент отримує, якщо він має фрагментарні знання, допускає суттєві помилки, має низький рівень теоретичної підготовки, не вміє розв'язувати типові задач.

0 – 6 балів за контрольну роботу студент отримує, якщо він не засвоїв основних понять, не вміє розв'язувати типові задачі, допускає суттєві помилки.

Критерії оцінювання ІНДЗ

9 – 10 балів ставиться, якщо студент правильно розв'язав всі завдання, повністю описав хід розв'язання, допустив лише неточності в оформленні чи незначну помилку в обчисленні.

7 – 8 балів ставиться, якщо студент не повністю дослідив поставлені завдання, допустив помилки в обчисленнях або виконав 80% завдань.

5 – 6 балів ставиться, якщо студент не повністю розв'язав задачу або допустив помилки при розв'язанні завдань, але виконано правильно не менше 70% від всіх завдань.

3 – 4 бали ставиться, якщо студент пропустив суттєві моменти розв'язання або допустив грубі помилки, виконав не менше 30% від загальної кількості завдань.

1 – 2 бали ставиться, якщо студент під час роботи над ІНДЗ показав незнання основних методів розв'язування, допустив грубі помилки, виконав менше 30% від загальної кількості завдань.

Перелік питань до заліку

Студенти повинні активно володіти наведеними нижче поняттями: знати означення, приводити приклади, знати властивості цих понять та зв'язки між ними; формулювати та доводити основні теореми (леми) щодо них:

1. Повторні та подвійні числові ряди. Збіжність подвійних рядів.
2. Поняття n -кратного числового ряду.
3. Критерій збіжності подвійних рядів. Теорема Маркова.
4. Властивості подвійних рядів і ознаки збіжності.
5. Абсолютна збіжність подвійних рядів.
6. Подвійні функціональні ряди. Рівномірна збіжність.
7. Степеневий ряд з двома змінними, область збіжності.
8. Розклад функцій двох змінних в подвійні ряди Тейлора і Маклорена.
9. Ортогональні та ортонормовані системи функцій двох змінних.
10. Поняття подвійного та n -кратного ряду Фур'є.
11. Види збіжності кратних рядів Фур'є.
12. Ядро Діріхле та його властивості.
13. Інтегральна формула для частинних сум подвійного тригонометричного ряду Фур'є. Ознака збіжності.
14. Властивості подвійних рядів Фур'є по тригонометричній системі.
15. Ознака Харді збіжності подвійних рядів Фур'є.
16. Ознака Гергена збіжності подвійних рядів Фур'є.
17. Ознака Лебега збіжності подвійних рядів Фур'є.
18. Ядро Пуассона та його властивості.
19. Підсумовування подвійних рядів Фур'є методом Абеля.
20. Підсумовування подвійних рядів Фур'є методом Рімана.

Шкала оцінювання знань здобувачів

Оцінка в балах	Лінгвістична оцінка
90–100	Зараховано
82–89	
75–81	
67–74	
60–66	
1–59	Незараховано (необхідне перескладання)

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно «Положення про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки».

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки, загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності.

Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття; списування. Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба, міжнародне стажування, навчання в рамках програм академічної мобільності) навчання може відбуватися в онлайн формі за погодженням із викладачем.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://tinyurl.com/5n7bx466>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі запозичень ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перекладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно, використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують індивідуальні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу. Перекладання контрольної роботи не допускається. Індивідуальні завдання, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку

Можливість отримати додаткові (бонусні) бали

Студентам, які брали участь у роботі конференцій, підготовці наукових публікацій, участь в конкурсах студентських наукових робіт можуть присуджуватися додаткові (бонусні) бали, які зараховуються як результати поточного контролю. Систему бонусних балів погоджує науково-методична комісія факультету інформаційних технологій і математики.

Можливість визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та інформальній освіті

Здобувачу освіти можуть бути зараховані результати навчання, здобуті у процесі формальної, неформальної та/або інформальної освіти відповідно до «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнанню можуть підлягати результати навчання, що відповідають тематиці освітнього компонента, його окремому розділу. Підстава для визнання результатів навчання – це надана студентом академічна довідка, завірена у встановленому порядку, індивідуальний навчальний план (залікова книжка) студента або додаток до диплома про попередню освіту. Рішення щодо

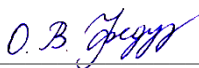
зарахування залікових кредитів, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті приймає створена розпорядженням декана Предметна комісія.

Рекомендована література

1. Федунік-Яремчук О.В. Числові та функціональні ряди: методичні вказівки. Луцьк, 2020. 89 с.
2. Федунік-Яремчук О.В. Ряди та перетворення Фур'є: методичні вказівки. Луцьк, 2021. 46 с.
3. Dǔng D., Temlyakov V., Ullrich T. Hyperbolic Cross Approximation. Adv. Courses Math. Birkhauser, CRM Barcelona, 2018. 218 p.
4. Jackson D. Fourier Series and Orthogonal Polynomials. The Mathematical Association of America, Oberlin, Ohio, 1941. P. 340-368
5. Zygmund A. Trigonometric series (2nd ed.) Cambridge University Press, 1959. 616 p.
6. Bari N.K. A Treatise on Trigonometric Series. Pergamon Press. Vol. 1, 1964. 553 p.
7. Tolstov G. P. Fourier Series. NY : Dover Publications, 2012. 470 p.
8. Фіхтенгольц Г.М. Курс диференціального та інтегрального числення. 2025. 2390 с. Режим доступу: <https://surl.li/ehlmhb>
9. Федунік-Яремчук О.В., Соліч К.В. Оцінки апроксимативних характеристик класів $B_{p,\theta}^{\Omega}$ періодичних функцій багатьох змінних із заданою мажорантою мішаних модулів неперервності в просторі L_{∞} . *Укр. мат. вісник*. 2017. Т 14, №3. С. 345–360.
10. Гембарська С.Б., Романюк І.А., Федунік-Яремчук О.В. Характеристики лінійної та нелінійної апроксимації класів періодичних функцій багатьох змінних типу Нікольського-Бесова. *Укр. мат. вісник*. 2023. Т.20, № 2. С. 161–185.

Затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу та статистики
протокол №8 від 30 січня 2026 р.

Завідувач кафедри





Оксана Федунік-Яремчук

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Інна Кальчук